

Lista 2, kurs wyrównawczy
Funkcja wielomianowa, pierwiastkowa i wymierna

1. Rozwiąż równania i nierówności kwadratowe i wielomianowe:

$$\begin{aligned} a) x^2 + 3x - 18 &= (2x - 6)(2x - 1), & b) x^8 - 15x^4 - 16 &= 0, & c) x^2 + 9 &\geq 0, \\ d) -x^2 - 1 &\leq 0, & e) (2x^2 + 3x - 1)^2 - 5(2x^2 + 3x - 1) + 24 &= 0, \\ f) x^4 + 4x^3 - 18x^2 - 12x + 9 &> 0, & g) 3x^3 - 14x^2 + 10x - 8 &< 0, \\ h) x^3 - 6x^2 + 5x - 12 &< 0. \end{aligned}$$

2. Korzystając z wykresu funkcji $y = x^2$, naszkicuj wykresy funkcji:

$$a) y = 2 - x^2, \quad b) y = (x + 1)^2 \quad c) y = (x - 1)^2 + 2, \quad d) y = |x^2 - 4x + 3|.$$

3. Przedstaw w postaci kanonicznej trójmiany kwadratowe, następnie ogranicz dziedzinę do takiego przedziału, w którym dana funkcja jest różnowartościowa i wyznacz wzór oraz narysuj wykres funkcji odwrotnej:

$$a) y = x^2 + x + 1, \quad b) y = x^2 + 3x \quad c) y = x^2 + 6x + 5, \quad d) y = -x^2 + 4x + 1.$$

4. Wyznacz dziedzinę funkcji i narysuj jej wykres:

$$a) y = \sqrt{x - 2} \quad b) y = \sqrt[3]{x}, \quad c) y = \sqrt[3]{x - 1} + 1, \quad d) y = -\sqrt{x + 1} + 1.$$

5. Rozwiąż równania i nierówności wymierne:

$$\begin{aligned} a) \frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x(x - 2)} + \frac{x - 4}{x(x + 2)} &= 0, & b) \frac{3}{x + 1} + \frac{7}{x + 2} < \frac{6}{x - 1}, & c) \frac{2x - 3}{x^2 - 1} \geq 2, \\ d) \frac{1}{x - 8} + \frac{1}{x + 6} + \frac{1}{x - 6} + \frac{1}{x + 8} &> 0, & e) \frac{x + 3}{x - 3} > \frac{x - 1}{x + 5}, & f) \frac{1 - 2x}{x + 1} - \frac{1 + x}{1 + 2x} > 1, \\ g) -1 < \frac{x + 1}{x - 1} < \frac{3}{x - 3}. \end{aligned}$$

6. Naszkicuj wykresy funkcji:

$$\begin{aligned} a) y &= 1 - \frac{1}{x}, & b) y &= \frac{x - 1}{x}, & c) y &= \frac{3x + 2}{x - 1}, & d) y &= \frac{|x|}{x - 1}, & e) y &= \left| \frac{x}{x + 1} \right|, \\ f) y &= \frac{|x - 1|}{x^2 - 1}. \end{aligned}$$

7. Funkcje wymierne przedstawić w postaci sumy ułamków prostych:

$$\begin{aligned} a) y &= \frac{x^7}{x^4 - 1}, & b) y &= \frac{5x - 1}{x^3 - 1}, & c) y &= \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 3x + 2}, & d) y &= \frac{x^2 - 3x - 2}{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}, \\ e) y &= \frac{3x^2 - x}{x^3 + 1}, & f) y &= \frac{3x - 2}{x^2 + 6x + 9}. \end{aligned}$$