

Lista 3, kurs wyrównawczy
Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

1. Narysuj wykres funkcji:

$$a) y = 2^{x+2}, \quad b) y = |2^x - 1|, \quad c) y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 1, \quad d) y = 2^{|x|}, \quad e) y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1.$$

2. Rozwiąż równania i nierówności wykładnicze:

$$a) 2^{5x-9} = 8^{x+1}, \quad b) \left(\frac{3}{4}\right)^{x+5} = \left(\frac{4}{3}\right)^{x+1}, \quad c) 4^{x-5} \cdot 16^{x+3} = 64, \quad d) 25^x - 5^{x+1} + 5 = 5^x,$$
$$e) 3^x < 81, \quad f) \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 4, \quad g) 7^{x^2-9} \leq 1, \quad h) (0,5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} \geq \frac{1}{64}.$$

3. Oblicz

$$a) \log_2 8, \quad b) \log_{\frac{3}{4}} \frac{27}{64}, \quad c) \log_8 \sqrt[3]{8}, \quad d) \log_{\sqrt{27}} 81, \quad e) \log_{\frac{1}{3}} 81\sqrt{3}.$$

4. Oblicz x , jeżeli:

$$a) \log_3 x = -1, \quad b) \log_{\frac{1}{2}} x = -2, \quad c) \log_2 x = -\frac{2}{3}, \quad d) \log_2 x = 10, \quad e) \log_5 x = 3,$$
$$f) \log_x 36 = 2, \quad g) \log_x 27 = 3, \quad h) \log_x \frac{1}{125} = 3, \quad i) \log_x 2 = \frac{1}{3}, \quad j) \log_{2x} 8^7 = 7.$$

5. Narysuj wykres funkcji:

$$a) y = \log_2(x-1) \quad b) y = \log_{\frac{1}{2}}(1-x), \quad c) y = \log_2|x|, \quad d) y = |\log_{\frac{1}{2}}x|$$

6. Znajdź dziedzinę funkcji:

$$a) y = \log_2 \frac{x}{1-x}, \quad b) y = \log_{x+1}(4-x^2), \quad c) y = 2^{\frac{1}{\sqrt{1-x}}}, \quad d) y = 2^{\sqrt{3x+1}},$$
$$e) y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-3) - 2}, \quad f) y = \log_2[1 + \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6)].$$

7. Rozwiąż równania i nierówności:

$$a) \log_2(\log_3 x) = 1, \quad b) \log(4-x) = \log 3x + \log(x+1), \quad c) \log_3[7 + \log_5(x^2 + 9)] = 2,$$
$$d) \log_2^2 x + 3 = 2 \log_2 x^2, \quad 8^{\log_2 x} = 4x.$$